MATHEMATISCHE METHODEN DER PHYSIK I

PROF. DR. A. S. CATTANEO

Wintersemester 2004/2005

1. Gewöhnliche Differentialgleichungen

(1) Grundbegriffe
(2) Existenz- und Eindeutigkeitssatz
(3) Gleichungen von höherer Ordnung und Systeme
(4) Lineare Systeme mit allgemeinen Koeffizienten und iterierte Integrale
(5) Gleichungen erster Ordnung: lineare Gleichungen, Gleichungen mit separierbaren Variablen, Ähnlichkeitsgleichungen, Bernoullische Gleichungen
(6) Newtonsche Gleichungen; konservative Kräfte, Energieerhaltungssatz; Poisson-Klammer; Bewegungskonstanten; der eindimensionale Fall
(7) Autonome Systeme, Flüsse und Vektorfelder

- H. Amann und J. Escher, *Analysis II*, Birkhäuser (1999): VII.1, VII.6, VII.8, VII.10
- H. Amann, *Gewöhnliche Differentialgleichungen*, 2. Auflage, de Gruyter (1995): Kapitel II; Kapitel III: 11, 12.
- V. Arnold, *Mathematical Methods of Classical Mechanics*, Graduate Texts in Mathematics **60**, Springer: Kapitel 2.
- L. D. Landau und E. M. Lifshitz, *Mechanics*, Volume 1 (Course of Theoretical Physics), Elsevier: III.11, III.12, VII.42.

2. Tensoranalysis

(1) Multilineare Algebra
(2) Moduln, Algebren, Lie Algebren, Derivationen
(3) Die Vektorfelder als Richtungsableitungen
(4) Die Lie Algebra von Vektorfeldern
(5) Der Pullback und der Pushforward
(6) Die Lie Ableitung von Vektorfeldern und von Funktionen

- G. Fischer, *Lineare Algebra*, 13. Auflage, vieweg studium (2002): 6.3, 6.4.

- R. W. R. Darling, *Differential forms and connections*, Cambridge University Press (1994): Kapiteln 1 und 2.

3. Variationsrechnung

(1) Motivation und Grundbegriffe
(2) Differenziale von Funktionenfunktionen; extremale Funktionen
(3) Das Fundamentallemma der Variationsrechnung
(4) Euler–Lagrange Gleichungen; Prinzip der kleinsten Wirkung
(5) Geodätische Linien bez. (Pseudo)riemannschen Metriken; Christoffel Symbole
(6) Die Brachistochrone

- H. Amann, *Gewöhnliche Differentialgleichungen*, 2. Auflage, de Gruyter (1995): Kapitel I
- V. Arnold, *Mathematical Methods of Classical Mechanics*, Graduate Texts in Mathematics **60**, Springer: Kapitel 3.
- R. Courant und D. Hilbert, *Methoden der mathematischen Physik*, Springer: Kapitel IV

4. Gruppen und Matrix-Lie Gruppen

(1) Grundbegriffe
(2) Wichtige Beispiele: symmetrische Gruppen; dihedrale Gruppen; $GL(n)$, $U(n)$, $O(n)$, $O(p,q)$; die speziellen Gruppen
(3) Produkte und direkte Produkte von Gruppen
(4) Gruppenhomomorphismen, Faktorgruppen und Isomorphiesätze
(5) Die Begriffe von Zusammenhang und Kompaktheit von Lie Gruppen und entsprechende Sätze für die Matrixgruppen
(6) Darstellungen: Reduzibilität und Irreduzibilität; die Zerlegung einer Darstellung
(7) Komplexe und unitäre Darstellungen
(8) Das Schursche Lemma
(9) Darstellungstheorie endlicher Gruppen: Charakteren, Orthogonalitätsrelationen, die reguläre Darstellung, die Charakterentafel, die kanonische Zerlegung. Erweiterung zu kompakten Gruppen; die komplexen irreduziblen Darstellungen von $U(1)$.
(10) Die Drehgruppe $SO(3)$ und die Euler Winkel
(11) Die Lorentzgruppe $O(1,3)$
(12) Die Homomorphismen $SU(2) \to SO(3)$ und $SL(2,\mathbb{C}) \to SO_+(1,3)$
(13) Die Lie Algebra einer Matrix-Lie Gruppe
(14) Die Campbell–Baker–Hausdorff Formel

(15) Darstellungen von Lie Algebren; Beziehung zwischen Darstellungen einer Lie Gruppe und ihrer Lie Algebra; die adjungierte Darstellung
(16) Die Komplexifizierung von $\mathfrak{su}(n)$
(17) Die komplexen irreduziblen Darstellungen von $\mathfrak{su}(2)$
(18) Die komplexen irreduziblen Darstellungen von $SU(2)$ und von $SO(3)$; die projektiven Darstellungen von $SO(3)$
(19) Harmonische Polynome

- G. Felder, *Mathematische Methoden der Physik II*, Notizen, www.math.ethz.ch/~felder/mmp/mmp2/Mmp.ps: Kapiteln 1, 2, 3, 5 (bis auf 5.11), 6, 7 (bis auf 7.6)
- B. C. Hall, *Lie Groups, Lie Algebras, and Representations*, Springer: 2.1, 2.2, 2.8.