

# Übungsblatt 13 (Bonus)

## Mathematik für die Chemie II

Abgabe am 1. Juni 2016.

### Aufgabe 1 (4 Punkte)

Finden Sie die kritischen Punkte folgender Funktionen und entscheiden Sie, ob es sich um Minima, Maxima oder Sattelpunkte handelt.

(a)  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = 12x^2 + y^3 - 12xy$  (1 Pt.)

(b)  $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, g(x, y, z) = \frac{1}{2}(x^2 + 2xy + 3y^2 - z^2)$  (1 Pt.)

(c)  $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, h(x, y) = y \cdot (\cos x \sin y + \cos y \sin x)$  (2 Pt.)

### Aufgabe 2 (4 Punkte)

Angenommen, ein Quader mit Seitenlängen  $x, y, z$  habe ein konstantes Volumen  $V$ . Finden Sie die Seitenlängen (in Abhängigkeit von  $V$ ), so dass die Oberfläche minimal ist.

Hinweis: Untersuchen Sie die Funktion  $f : (0, +\infty)^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = 2xy + 2\frac{V}{x} + 2\frac{V}{y}$ .

### Aufgabe 3 (4 Punkte)

Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem:

$$\begin{cases} y'(t) - 2y(t) = e^{2t} \cos(t + \frac{\pi}{2}) \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

Hinweis: Betrachten Sie die Funktion  $z(t) = y(t)e^{-2t}$ .

### Aufgabe 4 (4 Punkte)

Finden Sie die allgemeinen Lösungen der folgenden Systeme von Differentialgleichungen:

(a)  $\begin{cases} y_1' = y_1 + y_2 \\ y_2' = -2y_1 + 4y_2 \end{cases}$  (2 Pt.)

(b)  $y_1' = 2y_1 + 4y_2$   
 $y_2' = -y_1 - 3y_2$

(2 Pt.)