# Übungsblatt 4

## Mathematik für die Chemie II

**Abgabe am 23. März 2016.**

### Aufgabe 1

**(a)** Bestimmen Sie alle $a, b \in \mathbb{R}$ für welche die Matrix

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & b \end{pmatrix}$$

invertierbar ist und berechnen Sie deren Inverse. *(2 Pt.)*

**(b)** Bestimmen Sie alle $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ für welche die Matrix

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & 0 \\ f & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

invertierbar ist und berechnen Sie deren Inverse. *(2 Pt.)*

### Aufgabe 2

Seien die Matrizen $A, B \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ und $C \in \mathbb{C}^{3\times 3}$ gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 \\ -6 & 2 & 0 \\ 4 & 7 & 1 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}, \; C = \begin{pmatrix} 4 & 1-i & 2i \\ -3 & 4i & 0 \\ 1+2i & 5i & -1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die folgenden Determinanten:

**(a)** $\det(A)$ *(1 Pt.)*

**(b)** $\det(B)$ *(1 Pt.)*

**(c)** $\det(C)$ *(1 Pt.)*

**(d)** $\det\left(\left(\frac{1}{7}\left(B - A^T\right)\right)^k C^{-1}\right)$ für $k \in \mathbb{N}$ *(1 Pt.)*

**Aufgabe 3**

Entscheiden Sie, ob folgende 3 Vektoren eine Basis von $\mathbb{R}^3$ bilden und wenn ja, stellen Sie den Vektor $b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ als Linearkombination dieser Basisvektoren dar:

**(a)** $u = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad v = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad z = \begin{pmatrix} -3 \\ 20 \\ 0 \end{pmatrix}$ *(2 Pt.)*

**(b)** $u = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad v = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix}, \quad z = \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \\ 5 \end{pmatrix}$ *(2 Pt.)*

**Aufgabe 4**

Betrachten Sie die Vektoren $u = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$, $v = \begin{pmatrix} 2 \\ a \\ a+2 \end{pmatrix}$, $z = \begin{pmatrix} a \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$, wobei $a \in \mathbb{R}$.

**(a)** Für welche $a \in \mathbb{R}$ bilden $u$, $v$ und $z$ eine Basis von $\mathbb{R}^3$? *(2 Pt.)*

**(b)** Für welche $a \in \mathbb{R}$ sind $u$ und $v$ linear unabhängig? *(2 Pt.)*