# Übungsblatt 2

## Mathematik für die Chemie II

**Abgabe am 9. März 2016 in den Übungen.**

### Aufgabe 1

(4 Punkte) Bringe die folgenden linearen Gleichungssysteme mittels des Gaussschen Eliminationsverfahrens in Zeilen-Stufenform und bestimme danach die Menge aller Lösungen.

**(a)**

$$\begin{aligned} x_1 + 3x_2 &= -4 \\ 2x_1 - x_2 &= 1 \\ 5x_1 + x_2 &= -2 \end{aligned}$$

**(b)**

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + x_3 \phantom{{}+ x_4} &= 1 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 &= 3 \\ -x_1 + 3x_2 \phantom{{}+ x_3} + 2x_4 &= 5 \\ 3x_1 + 6x_2 + 2x_3 + x_4 &= 4 \end{aligned}$$

**(c)**

$$\begin{aligned} x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 &= 3 \\ -2x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 &= 3 \\ 2x_1 \phantom{{}+ 3x_2} - x_3 + 2x_4 &= 1 \end{aligned}$$

**(d)**

$$\begin{aligned} 2x_1 - 15x_2 + 15x_3 &= 14 \\ -2x_1 + 9x_2 - 5x_3 &= -12 \\ x_1 - 3x_2 + 5x_3 &= 3 \\ x_1 - 6x_2 + 5x_3 &= 8 \end{aligned}$$

### Aufgabe 2

(4 Punkte) Betrachte das lineare Gleichungssystem dessen erweiterte Koeffizientenmatrix gegeben ist durch

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & a & b \end{array}\right].$$

Für welche Werte von $a$ und $b$ in $\mathbb{R}$ hat das Gleichungssystem

**(a)** unendlich viele Lösungen?

**(b)** genau eine Lösung?

**(c)** keine Lösung?

### Aufgabe 3

(4 Punkte) Berechne die Determinanten folgender Matrizen:

**(a)** $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

**(b)** $B = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

**(c)** $C = A^5 - A^4 B$

**(d)** $D = \begin{pmatrix} \sin(a) & \cos(a) \\ -\sin(\frac{\pi}{2} - a) & \cos(\frac{\pi}{2} - a) \end{pmatrix}$

### Aufgabe 4

(4 Punkte) Sei (G) das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 5x_1 + 2x_2 &= 0 \\ 7x_1 + 4x_2 + 3x_3 &= 1 \end{aligned} \tag{G}$$

und seien $u = (u_1, u_2, u_3)$ und $v = (v_1, v_2, v_3)$ zwei Lösungen von (G).

**(a)** Zeige, das $3u - 2v$ ebenfalls eine Lösung von (G) ist.

**(b)** Ist $\lambda u - (\lambda - 1)v$ für jedes $\lambda \in \mathbb{R}$ eine Lösung von (G)?