

Übungsblatt 14

Funktionen von mehreren Variablen, Storrer 22 + 23

MUST

Aufgabe 1

Bilden Sie die partiellen Ableitungen $f_x = \frac{\partial f}{\partial x}$ und $f_y = \frac{\partial f}{\partial y}$ der Funktion $f(x, y) = \sqrt{2x + 3xy + 4y}$. Zeigen Sie auch, dass $f_{xy} = f_{yx}$ ist.

STANDARD

Aufgabe 2

Es sei

$$f(x, y) = 5xe^{-xy} + \ln(\sqrt{x^2 + y^2 - 1}) + \cos(\pi x + y) + \frac{x^2}{2}.$$

- Beschreiben Sie den maximalen Definitionsbereich von f mathematisch und in Worten.
- Berechnen Sie $f_x(2; 0)$, $f_y(0; 2)$, $f_{xy}(-2; 0)$, $f_{yy}(5; 0)$.

Aufgabe 3

Ist die Funktion

$$h : \mathbb{R} \setminus \{0\} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{mit} \quad h(x, y) = x \cdot e^{-\frac{y}{x}}$$

eine Lösung der Differentialgleichung

$$x \cdot h_{xy} + 2(h_x + h_y) = y \cdot h_{yy}?$$

Aufgabe 4

Bestimmen Sie alle lokalen Extrema der Funktionen

- $f(x, y) = 3x^2 - 4x + 2xy + y^2$
- $f(x, y) = (x^2 + y^2)^2 - 2(x^2 - y^2)$
- $f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + y^3 - 12y$

Aufgabe 5

Man zeige: Unter allen Dreiecken mit konstantem Umfang U besitzt das gleichseitige Dreieck den grössten Flächeninhalt F .