

Übungsblatt 4

Grenzwerte und die Ableitung, Storrer 3 + 4

Abgabe: Mittwoch, **18.10.2017**, vor der Vorlesung.

MUST

Aufgabe 1

Für die Berechnung der Steigung von $f(x) = x^3$ im Punkt $x_0 = 1$ fülle man folgende Wertetabelle aus. Beachten Sie, wie für immer kleineres werdendes Δx die Steigung sich dem Grenzwert

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

nähert. Siehe auch Storrer Seite 42 und 43.

x	x_0	$\Delta x = x - x_0$	$f(x) = x^3$	$f(x_0) = x_0^3$	$\Delta f = f(x) - f(x_0)$	$\frac{\Delta f}{\Delta x}$
2	1			1		
1.5	1			1		
1.3	1			1		
1.1	1			1		
1.05	1			1		
1.01	1			1		
1.001	1			1		

STANDARD

Aufgabe 2 (4 Punkte)

- a) (2 Punkte) Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion $y = f(x) = x^4$ mit Hilfe des Differentialquotienten

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

Wenden Sie die Polynomdivision an!

- b) (2 Punkte) Bestimmen Sie ebenso die Ableitung der Funktion $y = f(x) = \sqrt{x}$ mit Hilfe des Differentialquotienten.

Hinweis: 3. Binomische Formel anwenden. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Wir betrachten die Funktion $y = f(x) = |x - 2|$ und wollen die Differenzierbarkeit untersuchen.

- (1 Punkt) Darf man einfach sagen, dass $|x - 2|' = 1$ ist?
- (1 Punkt) Definieren Sie die gleiche Funktion neu abschnittsweise ohne Verwendung von Betragszeichen.
- (2 Punkte) Bilden Sie nun - wo möglich - den Differentialquotienten für die entsprechenden Abschnitte. Wie sieht es beim Punkt 2 aus?

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Ist die Funktion $f(x)$ an der angegebenen Stelle x_0 differenzierbar? Wenn Ja, geben Sie die Ableitung im Punkt x_0 an. Sie dürfen die Ableitungsregeln benutzen.

- $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3}{|x|}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}, x_0 = 0$
- $f(x) = |e^{3x-1}(x^2 - 4x + 4)|, x_0 = 3$
- $f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x \leq 0 \\ e^x, & x > 0 \end{cases}, x_0 = 0$
- $f(x) = \begin{cases} \sin(x), & x \leq 0 \\ x^3 + 2x^2 + x, & x > 0 \end{cases}, x_0 = 0$
- $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & 0 < x < 1 \\ 1 - x, & x \geq 1 \end{cases}, x_0 = 1$

Sie erhalten 1 Punkt pro Teilaufgabe.

Hinweis: Wenn eine Funktion nicht stetig ist, ist sie ganz sicher nicht differenzierbar.

HONOURS**Aufgabe 5** (3 Punkte)

Wir suchen die Ableitung der Funktion $f(x) = \frac{x}{1-x}$, wobei $x \neq 1$ ist.

Leiten Sie diese Ableitung her ohne die Ihnen vielleicht bekannte Formel für Ableitung von Quotienten.

- (1 Punkt) Beschreiben Sie in kurzen Worten das Vorgehen.
- (1 Punkt) Schreiben Sie den Differentialquotienten auf und vereinfachen Sie den Ausdruck.
- (1 Punkt) Leiten Sie nun die Ableitung her durch die Bildung des Grenzwertes $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$.