

Repetitions-Prüfung VlsG MAT 183, 8. September 2017

Name: _____; Matrikelnummer: _____; Blätter: dieses + --

Ein-Minuten-Aufgaben

Aufgabe 1 [je 1 Punkt pro Teilaufgabe]

- Sei X eine $\mathcal{N}(20, 9)$ -Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in [15, 22]]$.
- Sei X eine $\mathcal{N}(20, 9)$ -Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in [-3, 38]]$. Runden Sie das Resultat auf 3 Stellen nach dem Komma.
- Sei X eine $\text{Ge}(0.5)$ -Zufallsgrösse. Wie gross ist $P[\ln(X) \in [0, 1]]$?
- Nennen Sie aus Kapitel 6 in der Vorlesung zwei Zufallsgrössen, deren Quadrat auch in Kapitel 6 vorkommt. Geben Sie allfällige Parameter exakt an. Es reicht nicht, wenn man für das zweite Beispiel einfach andere Parameter der gleichen Verteilung wählt.
- Was ist die durchschnittliche Augensumme, wenn man 3 faire Würfel wirft und die Augensummen zusammenzählt?
- Geben Sie eine Zufallsgrösse mit Erwartungswert grösser Null an, bei der der Median doppelt so gross ist wie der Erwartungswert. Sie dürfen hierzu eine Zufallsgrösse selber konstruieren.

Aufgabe 2 [2 Punkte]

Sei X eine $\text{exp}(2)$ -Zufallsgrösse. Berechnen Sie

$$P[\sqrt{X} - 2 \in [-2, 4]].$$

Aufgabe 3 [1+1+1+1 Punkte]

X nehme folgende Werte mit folgenden Wahrscheinlichkeiten an:

$$P[X = 0] = 0.2, P[X = 2] = 0.2, P[X = 4] = 0.2, P[X = 6] = 0.4.$$

- Berechnen Sie den Erwartungswert und den Median.
- Berechnen Sie Varianz und Standardabweichung.
- Was ist der Median von $\sqrt{X} - 1$?
- Geben Sie die Verteilung von $X^2 + 2$ in einer Tabelle an.

Aufgabe 4 [2 Punkte]

X_1, \dots, X_{100} seien iid $F_{2,5}$ -verteilte Zufallsgrössen. Benutzen Sie den CLT, um abzuschätzen, wie gross

$$P\left[\sum_{i=1}^{100} X_i > 170\right]$$

ist. Sie dürfen dazu unbewiesene Resultate aus dem Skript benutzen.

Aufgabe 5 [2+1 Punkte]

Sei wägen das Gewicht von vier Paketen, welche im Durchschnitt 500 Gramm schwer sein sollten. Die Gewichte sind in Gramm im Einzelnen 493, 494, 507, 519. Gehen Sie im Folgenden davon aus, dass die Gewichte normalverteilt modelliert werden können.

- Testen Sie zweiseitig auf dem 5 %-Niveau, ob das Durchschnittsgewicht 500 Gramm ist oder nicht.
- Geben Sie noch das 90 %-Konfidenzintervall an.

Aufgabe 6 [3 Punkte]

Hansli glaubt, dass 2 Würfel verfälscht sind und tendenziell eher zu grosse Werte liefern. Er will das jetzt testen, indem er die beiden Würfel je einmal wirft und die Augensumme zusammenzählt. Falls der Wert der Summe mindestens 9 ist, wird er schliessen, dass die Würfel nicht fair sind. Wie ist sein α , also sein Fehler erster Art in diesem Setting?

Aufgabe 7 [2+1+1+1 Punkte]

- Sie befragen 40 (zufällig ausgewählte) Frauen und Männer, ob sie rauchen oder nicht und erhalten das Ergebnis: Frauen: 20 Raucher, 20 Nichtraucher; Männer: 16 Raucher, 24 Nichtraucher. Machen Sie einen χ^2 -Test auf Unabhängigkeit auf dem 5 %-Niveau, um herauszufinden, ob Geschlecht und Rauchgewohnheiten unabhängig sind oder nicht.
- Sie befragen 4000 (zufällig ausgewählte) Frauen und Männer, ob sie rauchen oder nicht und erhalten das Ergebnis: Frauen: 2000 Raucher, 2000 Nichtraucher; Männer: 1600 Raucher, 2400 Nichtraucher. Machen Sie einen χ^2 -Test auf Unabhängigkeit auf dem 5 %-Niveau, um herauszufinden, ob Geschlecht und Rauchgewohnheiten unabhängig sind oder nicht.
- Sie befragen 2000 (zufällig ausgewählte) Frauen und Männer, ob sie rauchen oder nicht und erhalten das Ergebnis: Frauen: 952 Raucher, 1048 Nichtraucher; Männer: 1015 Raucher, 985 Nichtraucher. Machen Sie einen χ^2 -Test auf Unabhängigkeit auf dem 5 %-Niveau, um herauszufinden, ob Geschlecht und Rauchgewohnheiten unabhängig sind oder nicht. Folgender R Code kann benützt werden.

```
> M <- as.table(rbind(c(952,1048), c(1015,985)))
> chisq.test(M, correct=FALSE)
Pearson's Chi-squared test
data:  M
X-squared = 3.9701, df = 1, p-value = 0.04632
```

- Darf man bei einem χ^2 -Test auf Unabhängigkeit mit den Prozentzahlen arbeiten oder muss man immer die absoluten Werte nehmen? Kurze, klare Antwort ohne Begründung reicht.

Aufgabe 8 [3 Punkte]

Drei Versuchsreihen zum Mästen von Schweinen unterscheiden sich lediglich in der Art von Musik, mit der die Schweine beschallt werden. Die erste Gruppe wird gar nicht beschallt, die zweite erhält Hard-Rock und die dritte Gruppe Klassik. Modellieren Sie die Gewichte der Schweine mit einer Normalverteilung. Die Gewichte sind am Schluss der 10-Wochen-Periode in der ersten Gruppe: 170 kg, 173 kg, 177 kg; in der zweiten Gruppe 163 kg, 171 kg und 173 kg und in der dritten Gruppe 174 kg, 175 kg und 179 kg. Testen Sie auf dem 5 %-Niveau, ob die Gewichte alle gleich sind und die Variabilität nur zufällig ist versus die Hypothese, dass es einen signifikanten Unterschied gibt.