

Dieses Skript ist ein Auszug mit Lücken aus "Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften I" von Hans Heiner Storrer, Birkhäuser Skripten. Als StudentIn sollten Sie das Buch auch kaufen und im Verlauf der Vorlesung MAT 182 vollständig durcharbeiten. Für Ihre eigenen Bedürfnisse in dieser Vorlesung MAT 182 dürfen Sie dieses PDF-Dokument abspeichern und beliebig ändern. Für eine weitergehende Verwendung ausserhalb der Vorlesung MAT 182 kontaktiere man bitte vorgängig den Dozenten Christoph Luchsinger, Universität Zürich. Das Copyright ist bei Birkhäuser!

C. INTEGRALRECHNUNG

9. EINLEITENDE BEISPIELE ZUM BEGRIFF DES INTEGRALS

(9.2) Bewegung eines Massenpunkts

Betrachten wir jetzt solch ein Teilintervall genauer:

In Teil (9.3) wird im Storrer analog die Arbeit an dieser Stelle abgehandelt; lesen Sie diesen Teil zu Hause durch.

(9.4) Flächeninhalt

(Bilder Storrer Seite 132)

In Teil (9.5) wird im Storrer analog das Volumen von Rotationskörpern abgehandelt; lesen Sie diesen Teil zu Hause durch.

(9.6) Zusammenfassung

Wir haben in den vier besprochenen Beispielen gesehen, dass in ganz verschiedenen Situationen dieselbe mathematische Konstruktion auftritt, nämlich ein Grenzwert, der (abgesehen von den Bezeichnungen) stets die Form

$$\lim_{\Delta x_i \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i$$

hat, wofür man auch als Abkürzung

$$\int_a^b f(x) dx$$

schreibt.

Diese vier Fälle haben einen gemeinsamen Kern:

Wir suchen eine mathematische Beschreibung einer Grösse (aus den Naturwissenschaften oder der Mathematik), für die folgendes gilt:

- Sie kann durch Summation von vielen kleinen Teilgrössen angenähert werden.
- Diese Annäherung ist um so besser, je kleiner (und damit je zahlreicher) die Teilgrössen sind.

Unter diesen Voraussetzungen ist die gesuchte Grösse der Grenzwert dieser Näherungssummen. Ein derartiger Grenzwert wird als bestimmtes Integral bezeichnet.

Da dieser Gedankengang auch in vielen anderen Fällen auftritt, ist es zweckmässig, die hier erläuterte Konstruktion ein für allemal und losgelöst von speziellen Beispielen durchzuführen. Dies soll im nächsten Kapitel geschehen. Man gelangt so zum Begriff des bestimmten Integrals, das als wichtiges Werkzeug in vielen Situationen Anwendung findet. Dieses bestimmte Integral wird im nächsten Kapitel allgemein definiert. In den weiteren Kapiteln werden wir dann sehen, wie es effektiv berechnet werden kann, und weitere Anwendungen kennenlernen.

Wichtig: Lesen Sie jetzt das komplette Kapitel im Storrer I selber durch. Einige Beispiele (Arbeit, Rotationskörper) haben wir aus Zeitgründen nicht besprochen, sie könnten aber in den Übungen oder der Prüfung vorkommen.