

Prüfungsnummer:	Name:	Matrikelnummer:
-----------------	-------	-----------------

MAT183: Stochastik für die Naturwissenschaften, FS2017

Dr. C. Luchsinger

---

## Modulprüfung

Freitag, 23.06.17 14:00-16:00

---

- If you wish an **English translation** of the exam please ask the supervising persons!
- Legen Sie während der Prüfung ihre **Legi** vor sich aufs Pult.
- Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner sowie sämtliche Vorlesungsunterlagen, d.h. Skript, Übungen, Lösungen zu den Übungen, eigene Mitschriften.
- Kommunikationsmittel sind nicht zugelassen.
- Bei jeder Aufgabe ist auf den Prüfungsblättern (**vorne und hinten**) Platz für die Lösung vorhanden. Jedes Blatt ist mit Name und Matrikelnummer beschriftet. Sollten Sie zusätzliches Schreibpapier brauchen, dann nehmen Sie bitte für jede Aufgabe ein neues Blatt Papier und beschriften Sie dieses mit **Aufgabennummer, Name und Matrikelnummer**.
- Wenn Sie ausführliche Lösungswege aufschreiben, geben Sie diese auch ab - es kann Punkte geben.
- Verwenden Sie weder Bleistift noch rote oder grüne Stifte.
- Der Gang zur Toilette muss einer Aufsichtsperson gemeldet werden. Diese erfasst dann Ihren Namen und die Zeit.
- **Am Schluss:** Alle Blätter müssen in der korrekten Reihenfolge geordnet (1-8) im Couvert abgegeben werden. Kleben Sie das Couvert **nicht** zu. Unterschreiben Sie die Etikette auf dem Couvert.

Prüfungsnummer: \_\_\_\_\_ Name: \_\_\_\_\_ Matrikelnummer: \_\_\_\_\_

**Bitte diese Seite leer lassen! Diese Seite wird nicht korrigiert und bewertet!**

**Bitte diese Seite leer lassen! Diese Seite wird nicht korrigiert und bewertet!**

**Bitte diese Seite leer lassen! Diese Seite wird nicht korrigiert und bewertet!**

**Ein-Minuten-Aufgaben****Aufgabe 1**

- a) (1 Punkt) Sei  $X$  eine  $\mathcal{N}(2, 4)$ -Zufallsgrösse. Berechnen Sie  $P[X \in [-1, 0]]$ . Wir wollen die Z-Transformierte explizit sehen.
- b) (1 Punkt) Welches ist die häufigste Augensumme beim Wurf von zwei unabhängigen Würfeln? Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ebendiese Augensumme angenommen wird?
- c) (1 Punkt)  $X$  sei  $U[0, 1]$ -verteilt. Wie ist  $P[1/X > 3]$ ?
- d) (1 Punkt)  $X$  sei  $U[0, 1]$ -verteilt. Es gelte mit  $b > 1$ , dass  $P[1/X > b] = 1/c$ . Wie ist der Zusammenhang zwischen  $b$  und  $c$ ?
- e) (1 Punkt) Sei  $X$  eine  $\text{Be}(p)$ -Zufallsgrösse. Wie ist die Verteilung von  $X^2$ ?
- f) (1 Punkt) Sei  $X$  eine  $\text{Be}(p)$ -Zufallsgrösse und  $Y$  eine davon unabhängige  $\exp(\lambda)$ -Zufallsgrösse. Wie sind  $E[aX + bY]$  und  $V[aX + bY]$ ?
- g) (1 Punkt) Wogegen konvergiert in  $\mathbb{R}$  "sum(rchisq(n, 3))/n" wenn  $n \rightarrow \infty$  und weshalb?
- h) (1 Punkt) Sei  $X$  eine  $\exp(2)$ -Zufallsgrösse. Berechnen Sie  $P[2^X + 2 \leq 3]$ .

Prüfungsnummer: \_\_\_\_\_ Name: \_\_\_\_\_ Matrikelnummer: \_\_\_\_\_

**Fortsetzung Aufgabe 1**

**Wahrscheinlichkeitstheorie****Aufgabe 2**

Sei  $X$  eine  $\exp(2)$ -Zufallsgrösse.

- a) (2 Punkte) Berechnen Sie  $P[2^X + 1 \leq 3]$ .
- b) (2 Punkte) Wie ist der Median von  $X^2 + 3$ ?

Prüfungsnummer: \_\_\_\_\_ Name: \_\_\_\_\_ Matrikelnummer: \_\_\_\_\_

**Fortsetzung Aufgabe 2**

**Wahrscheinlichkeitstheorie****Aufgabe 3**

Sei  $X$  eine Zufallsgrösse mit folgender Verteilung:  $P[X = 0] = 0.3, P[X = 1] = 0.3, P[X = 2] = 0.3, P[X = 3] = 0.1$ .

- a) (1 Punkt) Berechnen Sie  $E[X]$ .
- b) (1 Punkt) Berechnen Sie  $V[X]$  und  $sd[X]$ . .
- c) (1 Punkt) Berechnen Sie Erwartungswert und Varianz von  $X + 1$ .
- d) (1 Punkt) Berechnen Sie die Varianz von  $X^2$ .

Prüfungsnummer: \_\_\_\_\_ Name: \_\_\_\_\_ Matrikelnummer: \_\_\_\_\_

**Fortsetzung Aufgabe 3**



**Wahrscheinlichkeitstheorie****Aufgabe 4**

Seien  $X_1, \dots, X_{900}$  iid  $U[2,4]$ -Zufallsgrößen.

- a) (2 Punkte) Berechnen Sie mit Hilfe des CLT

$$P \left[ \sum_{i=1}^{900} X_i > 2670 \right].$$

- b) (2 Punkte) Sei  $Y := \sum_{i=1}^{900} X_i$ . Berechnen Sie mit Hilfe des CLT das 10 % Quantil von  $Y$ .

Prüfungsnummer: \_\_\_\_\_ Name: \_\_\_\_\_ Matrikelnummer: \_\_\_\_\_

**Fortsetzung Aufgabe 4**

**Statistik****Aufgabe 5**

Barbara möchte testen, ob eine normalverteilte Zufallsgrösse mit Varianz 1 Mittelwert 0 hat oder nicht (zweiseitig). Sie bekommt dazu 2 Datenpunkte  $x_1, x_2$ , welche unabhängig generiert wurden. Jetzt nimmt sie die Summe der beiden Datenpunkte. Wenn der Absolutbetrag der Summe grösser als 2.2 ist, wird sie die  $\mathcal{H}_0$ -Hypothese verwerfen. Sonst akzeptiert sie diese. [Tipp: wie ist die Summe von unabhängigen Normalverteilungen verteilt?]

- a) (*2 Punkte*) Wie gross ist das  $\alpha$ ?
- b) (*1 Punkt*) Beim nachfolgenden Test bekommt sie den Wert 2.5. Wie gross ist der P-Wert dieses Ereignisses?

Prüfungsnummer: \_\_\_\_\_ Name: \_\_\_\_\_ Matrikelnummer: \_\_\_\_\_

**Fortsetzung Aufgabe 5**

## Statistik

### Aufgabe 6

Sie machen in R den unteren Test. Geben Sie genau an (je 1 Punkt):

- welcher Test wurde gemacht (genauer Name und Hypothesen)?
- Berechnen Sie  $b$ .
- Wie kann man aus unteren Angaben den geschätzten Standardfehler berechnen, ohne die 6 Zahlen direkt nochmals zu benutzen? Berechnen Sie so den geschätzten Standardfehler.
- Angenommen, Sie wollen testen, ob  $\mu = 2$  oder nicht (zweiseitig). Welchen Wert nimmt dann die Teststatistik an?
- Wie ist unten der P-Wert für den einseitigen Test  $\mathcal{H}_0 : \mu \leq 0$  vs  $\mathcal{H}_0 : \mu > 0$ ?

```
> a <- c(-2.2, -0.7, 3, 1.5, 0.2, b)
> t.test(a)
data: a
t = 0.93891, df = 5, p-value = 0.3909
alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
95 percent confidence interval:
-1.390281 2.990281
sample estimates:
mean of x
0.8
```

Prüfungsnummer: \_\_\_\_\_ Name: \_\_\_\_\_ Matrikelnummer: \_\_\_\_\_

**Fortsetzung Aufgabe 6**

## Statistik

### Aufgabe 7

Sie interessieren sich dafür, ob bei einer bestimmten Krankheit ein Zusammenhang mit dem Geschlecht besteht. Sie haben 400 Frauen und 400 Männer zufällig ausgewählt. Bei den Männern haben 160 die Krankheit und bei den Frauen 134.

- a) Testen Sie mit einem  $\chi^2$ -Test auf dem 5 % - Niveau, ob Geschlecht und Vorhandensein der Krankheit unabhängig sind oder nicht. (3 Punkte)
- b) Braucht es für diesen Test die gleiche Anzahl Frauen und Männer (Ja/Nein)? (1 Punkt)

Prüfungsnummer: \_\_\_\_\_ Name: \_\_\_\_\_ Matrikelnummer: \_\_\_\_\_

**Fortsetzung Aufgabe 7**



**Statistik****Aufgabe 8**

Unten haben Sie einen R-Ausdruck. Beantworten Sie dazu bitte die folgenden Fragen.

- a) (1 Punkt) Welches ist die erklärende Variable und welches die "Response"-Variable?
- b) (1 Punkt) Tragen Sie die Punkte und die Regressionsgerade in einer Skizze möglichst genau ein. Alle Punkte müssen insbesondere auf der richtigen Seite der Regressionsgeraden sein, sonst gibt es keinen Punkt. Beschreiben Sie anhand eines der sechs Punkte, mit welcher Rechnung sie dies erreichen, wenn Sie in Ihrem Taschenrechner keine Graphik anschauen können.
- c) (1 Punkt) Berechnen Sie den Korrelationskoeffizienten zwischen  $a$  und  $b$ .
- d) (1 Punkt) Welchen Wert hätte die Teststatistik für die Steigung, wenn Sie testen wollen, ob die Steigung  $-0.5$  ist oder nicht?

```
> a <- c(2,3,4,5,6,7)
```

```
> b <- c(4.2, 4.0, 2.8, 3.1, 2.6, 1.3)
```

```
> d <- lm(b ~ a)
```

```
> summary(d)
```

```
...
```

```
Coefficients:
```

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	5.3657	0.4825	11.121	0.000372 ***
a	-0.5257	0.1002	-5.244	0.006322 **

```
...
```

Prüfungsnummer: \_\_\_\_\_ Name: \_\_\_\_\_ Matrikelnummer: \_\_\_\_\_

**Fortsetzung Aufgabe 8**