Stochastik für die Naturwissenschaften

Dr. C.J. Luchsinger

1. Kombinatorik

Literatur Kapitel 1

* Storrer: Kapitel 48
* Stahel: p 68 in Kapitel 4
* Statistik in Cartoons: p 84-85 in Kapitel 5

* braucht man zum Beispiel in der Genetik
* wird nur kurz besprochen, falls neu: Storrer Kapitel 48 (eigentlich Mittelschulstoff)
* Nicht auswendig lernen, sondern anhand von kleinen Zahlen selber herleiten können

Wichtige mathematische Ausdrücke sind in Kapitel 1:

Fakultät, engl: "n factorial"

$$n! := n(n-1)(n-2)\cdots 2\cdot 1,$$

wir *definieren* weiter $0! := 1$.

Binomialkoeffizient, mit $n \geq k$:

$$\binom{n}{k} := \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Auf Englisch wunderschön:

$$\text{"}n \text{ choose } k\text{"}$$

(der Name ist Programm)!

Berechnen Sie jetzt

$$\binom{7}{5}$$

engl: "order of selection does (not) matter", Combinations, Permutations, "with(out) repetition"; für "Variationen" ist keine gebräuchliche Übersetzung bekannt.

1.1 Variationen ohne Wiederholung

Aufgabe: Aus n Objekten sind k, $k \leq n$, herauszugreifen und in eine Folge anzuordnen, wobei die Reihenfolge eine Rolle spielt. Wieviele Möglichkeiten gibt es?
Idee: Für die erste Stelle gibt es n Möglichkeiten, für die zweite Stelle noch deren $(n-1)$ und so weiter; für die k-te Stelle noch $(n-k+1)$. Anzahl Möglichkeiten:

$$n(n-1)(n-2)\ldots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}.$$

1.2 Permutationen

Aufgabe: Auf wieviele Arten kann man n Objekte in eine Folge anordnen, wobei die Reihenfolge eine Rolle spielt?
Idee (Spezialfall von 1.1 mit $k = n$): Für die erste Stelle gibt es n Möglichkeiten, für die zweite noch deren $(n-1)$ und so weiter; für die zweitletzte Stelle bleiben noch 2 Möglichkeiten. Anzahl Möglichkeiten:

$$n!$$

1.3 Kombinationen ohne Wiederholung

Aufgabe: Es sei eine Menge von n Elementen gegeben. Wieviele Teilmengen von k Elementen ($0 \leq k \leq n$) gibt es?

Idee: Wegen Fall 1.1. gibt es mit Berücksichtigung der Reihenfolge

$$\frac{n!}{(n-k)!}$$

Möglichkeiten, eine Folge von k Objekten zu wählen. Da es aber innerhalb der k-elementigen Teilmengen nicht auf die Reihenfolge ankommt, ist diese Zahl durch $k!$ zu dividieren. Anzahl Möglichkeiten:

$$\frac{n!}{k!(n-k)!} = \binom{n}{k}.$$

Eben: n choose k.

1.4 Variationen mit Wiederholung

Aufgabe: Gegeben sind n Objekte $A_1, \ldots, A_n$. Wieviele Folgen der Länge r kann man bilden, falls jedes Objekt beliebig oft gewählt werden darf?
Idee: Für die erste Stelle gibt es n Möglichkeiten, ebenso für alle weiteren, bis zur r-ten Stelle. Total also

$$n^r$$

Möglichkeiten.

Wichtig:

1. Lesen Sie jetzt das komplette Kapitel im Storrer II selber durch (Kapitel 48).
2. Lösen Sie danach mindestens 5 Aufgaben hinten im Kapitel und vergleichen Sie mit den Lösungen am Schluss des Buches. Bei Bedarf lösen Sie mehr Aufgaben.
3. Kombinatorik kommt in den Übungen nicht - und in der Prüfung kaum - selber vor, ist aber Basis vieler Überlegungen, also gut üben.