Übungsblatt 3
Wahrscheinlichkeitstheorie

Abgabetermin: **Mittwoch, 17. März 2010**, bzw. **Freitag, 19. März 2010**, bei der Semesterassistentin oder beim Semesterassistenten in der jeweiligen Übungsstunde.

Ergebnisse und Ereignisse

Aufgabe 22 °:
Wir untersuchen alle StudentInnen an der Uni Zürich und betrachten die folgenden Ereignisse: A: "Die Person ist weiblich", B: "Die Person studiert Biologie", C: "Die Person wohnt in Zürich". Beschreiben Sie in Worten die Ereignisse a) $\overline{A}$, b) $(A \cap B) \cup C$, c) $(B \cup C) \setminus (B \cap C)$, d) $(B \setminus C) \cup (C \setminus B)$. Was lässt sich zu c) und d) sagen?

Aufgabe 23 (4 Punkte)**:**
Eine Münze wird viermal geworfen. Das Resultat ist jeweils Kopf (K) oder Zahl (Z).
a) Geben Sie den Ergebnisraum Ω an (Sie brauchen nicht unbedingt alle Elemente explizit anzuschreiben). b) Geben Sie die Ereignisse D: "Beim dritten Wurf erscheint Zahl", E: "Zahl erscheint genau dreimal" und F: "Kopf und Zahl wechseln sich ab" an. c) Bestimmen Sie $D \cap E$, $\overline{D} \cap F$ und $\overline{E} \cap F$.

Aufgabe 24 (5 Punkte)**:**
Zwei reelle Zahlen x und y mit $0 \leq x \leq 3$ und $0 \leq y \leq 2$ werden zufällig gewählt.
a) Stellen Sie die folgenden Ereignisse graphisch dar:

$$\Omega, \qquad G = \left\{(x,y) \in \Omega \,|\, y > 1 - \frac{x}{4}\right\}, \qquad H = \left\{(x,y) \in \Omega \,|\, y \leq x^2\right\} .$$

b) Berechnen Sie die geometrisch interpretierte Wahrscheinlichkeit des Ereignisses $\overline{G} \cap H$.

Axiome von Kolmogorov

Aufgabe 25 °:
Zeigen Sie, dass die folgende Formel gilt:

$$\mathbb{P}[B \setminus A] \;=\; \mathbb{P}[B \cap \overline{A}] \;=\; \mathbb{P}[B] - \mathbb{P}[B \cap A] .$$

Zeichnen Sie eine Skizze und beachten Sie, dass $B = (B \cap A) \cup (B \cap \overline{A})$ gilt.

Aufgabe 26 (3 Punkte)**:**
Für die drei Ereignisse E, F und G soll

$$E \cap F \neq \emptyset, \qquad E \cap G \;=\; \emptyset, \qquad F \cap G \;=\; \emptyset$$

gelten. Zeichnen Sie ein dieser Situation entsprechendes Venn-Diagramm und lesen Sie daraus die in diesem Fall gültige Formel für $\mathbb{P}[E \cup F \cup G]$ ab. (Es wird nicht verlangt, diese Formel durch eine abstrakte Rechnung aus den Axiomen herzuleiten.)

Wahrscheinlichkeit in endlichen Wahrscheinlichkeitsräumen

Aufgabe 27 (3 Punkte)**:**
Ein Würfel ist verfälscht. Die Zwei und die Vier sind gleich wahrscheinlich, nämlich dreimal so wahrscheinlich wie die Drei. Die Sechs ist viermal so wahrscheinlich wie die Drei. Die restlichen beiden Augenzahlen sind doppelt so wahrscheinlich wie die Drei. a) Bestimmen Sie die einzelnen Wahrscheinlichkeiten. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird b) eine ungerade Zahl, c) eine Zahl ≤ 4 gewürfelt?

Aufgabe 28 (5 Punkte)**:**
Ein Glücksrad hat vier Sektoren, welche mit den Zahlen 1, 2, 3 und 4 beschriftet sind. Die Wahrscheinlichkeit für den Sektor $k+1$ soll um 0.1 grösser sein als jene für den Sektor k ($k = 1, 2, 3$). a) Berechnen Sie die Öffnungswinkel der Sektoren. b) Geben Sie drei Paare von gleich wahrscheinlichen Ereignissen an.

Wahrscheinlichkeit in Laplace-Räumen

Aufgabe 29 °:
Unter den acht Mannschaften, die sich für die Viertelsfinals des Fussballcups qualifiziert haben, sind fünf aus der Super League, die übrigen drei sind unterklassig. Mit welcher Wahrscheinlichkeit spielen in den (zufällig ausgelosten) Viertelsfinals a) genau zwei Unterklassige gegeneinander, b) dreimal Super League Mannschaften gegen Unterklassige?

Aufgabe 30 (4 Punkte)**:**
Eine Packung enthält fünf Zwiebeln, zwei von roten und drei von gelben Tulpen. Den Zwiebeln kann man die Blütenfarbe nicht ansehen. Die fünf Zwiebeln werden in eine Reihe gepflanzt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass a) die drei gelben Tulpen nebeneinander wachsen, b) die Tulpen sich in der Farbe abwechseln.

Aufgabe 31 (4 Punkte)**:**
Eine Lieferung von 60 Artikeln wird kontrolliert, indem 12 Stück zufällig ausgewählt und geprüft werden. Die Lieferung wird akzeptiert, wenn diese Stichprobe kein defektes Gerät enthält. Nun hat der schlitzohrige Hersteller aber 55 gute und 5 defekte Geräte geliefert. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird bei der Prüfung der Schwindel aufgedeckt?

Aufgabe 32 (4 Punkte)**:**
In einer Tüte hat es 7 rote, 3 grüne und 5 gelbe Gummibärchen. Ein Kind nimmt (ohne hinzusehen) drei heraus. Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben die drei dieselbe Farbe?

Aufgabe 33 (4 Punkte)**:**
Wie oft darf man einen unverfälschten Würfel höchstens werfen, wenn die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dabei nie eine Sechs fällt a) mindestens 20%, b) mindestens 2% sein soll?

Aufgabe 34 (5 Punkte)**:**
Für eine Klausur werden acht Themen im voraus bekanntgegeben. An der Prüfung werden dann zwei der Themen gestellt und eines davon muss bearbeitet werden. a) Dominic pokert und bereitet nur ein Gebiet vor. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommt gerade dieses dran? b) Bruno ist fleissiger und lernt 6 der 8 Gebiete. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommt wenigstens eines dieser Gebiete dran? c) Wieviel Themen muss Adrian mindestens vorbereiten, damit mit mehr als 80% Wahrscheinlichkeit wenigstens ein vorbereitetes Gebiet verlangt wird?