Übungsblatt 1
Kombinatorik

Abgabetermin: **Mittwoch, 3. 3. 2010**, bzw. **Freitag, 5. 3. 2010**, bei der Semesterassistentin oder beim Semesterassistenten in der jeweiligen Übungsstunde.

Achtung: In diesem Uebungsblatt können noch nicht 30 Punkte gemacht werden, dies gilt erst ab Blatt 2. Für dieses Blatt gibt es auch keine Vorbesprechung.

Aufgabe 1 (2 Punkte)**:**
Für ein Fussballspiel werden 22 Knaben in 2 Equipen mit je 11 Spielern verteilt. Wieviele Möglichkeiten dazu gibt es?

Aufgabe 2 (2+3 Punkte)**:**
An einer Versammlung an der Uni Zürich nehmen 18 Professoren der Biologie teil, 5 von ihnen sind Deutsche, 6 sind Schweizer und 7 sind Amerikaner. Sie möchten 3 Personen für ein Komitee auswählen.

(a) Nehmen Sie an, dass es keine Hierarchie innerhalb des Komitees gibt. Wieviele solcher Komitees kann man wählen? Wieviele Komitees kann man wählen wenn man verlangt, dass jede Nationalität darin vertreten sein soll?

(b) Nehmen Sie nun an, dass es eine Hierarchie innerhalb des Komitees gibt, d.h., dass es einen Präsidenten, einen Vizepräsidenten und einen Sekretären gibt. Wieviele solcher Komitees kann man wählen? Wieviele solcher Komitees kann man wählen wenn jede Nationalität vertreten sein soll? Wieviele solcher Komitees kann man wählen wenn, um die Effizienz zu steigern, der Präsident und der Sekretär die gleiche Nationalität haben sollen (die Nationalität des Vizepräsidenten ist beliebig, kann also auch gleich sein)?

Aufgabe 3 (2 Punkte)**:**
Auf wieviele Arten kann man 8 Türme auf einem Schachbrett so aufstellen, dass sie sich gegenseitig nicht schlagen können? Unterscheiden Sie dabei bitte die beiden Fälle

- die Türme sind unterscheidbar;
- die Türme sind nicht unterscheidbar.

Das Schachbrett bleibt dabei fix. Das Feld a1 ist unten links vor Ihnen. Sie dürfen das Brett nicht drehen, spiegeln, etc.

Aufgabe 4 (2 Punkte)**:**
Wie viele Personen befinden sich in einer Gesellschaft, wenn beim Anstossen 378 mal die Gläser klirren?

Aufgabe 5 (2 Punkte)**:**
Welches ist die Höchstzahl an Schnittpunkten bei 22 Geraden in derselben Ebene?

Aufgabe 6 (2 Punkte)**:**
Geben Sie eine kombinatorische Begründung der Gleichung

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

für $n \geq k$.

Aufgabe 7 (3 Punkte)**:**
Beweisen Sie folgende Aussage für $0 \leq k \leq n$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

und anhand davon folgende Aussage

$$\binom{n}{k} = \binom{n-2}{k-2} + 2\binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k}.$$