

MATHEMATISCHE METHODEN DER PHYSIK II

PROF. DR. A. S. CATTANEO

Sommersemester 2007

1. HILBERTRÄUME

- (1) Grundbegriffe
- (2) Vollständige orthonormierte Systeme
- (3) Fourierreihen in L^2
- (4) Hermite-Funktionen
- (5) Legendre-Polynome
- (6) Kugelfunktionen
- (7) Anwendungen

2. TEMPERIERTE DISTRIBUTIONEN

- (1) Grundbegriffe
- (2) Beispiele: „reguläre Distributionen“, die Heaviside-Funktion, die Dirac'sche delta-Funktion
- (3) Operationen auf Distributionen (insbesondere Ableitung, Faltung und Fouriertransformation)
- (4) Folgen Distributionen und Approximationen der delta-Funktion
- (5) Fundamentallösungen

3. GRUPPEN UND MATRIX-LIE-GRUPPEN

- (1) Grundbegriffe
- (2) Wichtige Beispiele: symmetrische Gruppen; dihedrale Gruppen; $GL(n)$, $U(n)$, $O(n)$, $O(p, q)$; die speziellen Gruppen
- (3) Produkte und direkte Produkte von Gruppen
- (4) Gruppenhomomorphismen, Faktorgruppen und Isomorphiesätze
- (5) Die Begriffe von Zusammenhang und Kompaktheit von Lie-Gruppen und entsprechende Sätze für die Matrixgruppen
- (6) Darstellungen: Reduzibilität und Irreduzibilität; die Zerlegung einer Darstellung
- (7) Komplexe und unitäre Darstellungen
- (8) Das Schur'sche Lemma

- (9) Darstellungstheorie endlicher Gruppen: Charakteren, Orthogonalitätsrelationen, die reguläre Darstellung, die Charakterentafel, die kanonische Zerlegung. Erweiterung zu kompakten Gruppen; die komplexen irreduziblen Darstellungen von $U(1)$.
- (10) Die Drehgruppe $SO(3)$ und die Euler-Winkel
- (11) Die Lorentzgruppe $O(1, 3)$
- (12) Die Homomorphismen $SU(2) \rightarrow SO(3)$ und $SL(2, \mathbb{C}) \rightarrow SO_+(1, 3)$
- (13) Die Exponentialabbildung und die Lie-Algebra einer Matrix-Lie-Gruppe
- (14) Die Campbell-Baker-Hausdorff-Formel
- (15) Darstellungen von Lie-Algebren; Beziehung zwischen Darstellungen einer Lie-Gruppe und ihrer Lie-Algebra; die adjungierte Darstellung
- (16) Die Komplexifizierung von $\mathfrak{su}(n)$
- (17) Die komplexen irreduziblen Darstellungen von $\mathfrak{su}(2)$
- (18) Die komplexen irreduziblen Darstellungen von $SU(2)$ und von $SO(3)$; die projektiven Darstellungen von $SO(3)$
- (19) Harmonische Polynome und Kugelfunktionen
- (20) Tensorprodukte von $SU(2)$ -Darstellungen (Clebsch-Gordan-Zerlegung)

4. VARIATIONSRECHNUNG

- (1) Motivation und Grundbegriffe
- (2) Differenziale von Funktionenfunktionen; extremale Funktionen
- (3) Das Fundamentallemma der Variationsrechnung
- (4) Euler-Lagrange-Gleichungen; Prinzip der kleinsten Wirkung
- (5) Geodätische Linien bez. (Pseudo)riemannschen Metriken; Christoffel-Symbole

5. SYMPLEKTISCHE GEOMETRIE

- (1) Motivation
- (2) Symplektische Vektorräume: Normalform; symplektisch orthogonale Unterräume; symplektische Reduktion; symplektische, isotrope, lagrangesche und koisotrope Unterräume; Kähler-Strukturen
- (3) Symplektische Formen auf Gebieten von \mathbb{R}^{2n} ; Symplektomorphismen
- (4) Hamiltonsche Mechanik
- (5) Lagrange-Mechanik und die Legendre-Transformation

LITERATUR

- [1] G. B. ARFKEN and H. J. WEBER, *Mathematical Methods for Physicists*, Harcourt Academic Press.

- [2] G. FELDER, *Mathematische Methoden der Physik I*, Notizen, Kapitel 3 und 4;
<http://www.math.ethz.ch/~felder/mmp/mmp1/Mmp1AllesineinerDatei.ps>
- [3] G. FELDER, *Mathematische Methoden der Physik II*, Notizen;
<http://www.math.ethz.ch/~felder/mmp/mmp2/Mmp.ps>
- [4] V. ARNOLD, *Mathematical Methods of Classical Mechanics*, Graduate Texts in Mathematics **60**, Springer: Kapitel 3.
- [5] R. COURANT und D. HILBERT, *Methoden der mathematischen Physik*, Springer: Kapitel IV