SYMPLEKTISCHE UND POISSON-GEOMETRIE

PROF. DR. A. S. CATTANEO

Herbstsemester 2007

1. Symplektische lineare Algebra

(1) Symplektische und presymplectische Formen
(2) Orthogonale Räume
(3) Reduktion
(4) Symplektische, isotrope, koisotrope und Lagrangesche Unterräume
(5) Lagrangesche Spaltungen
(6) Normalform
(7) Kanonische Relationen
(8) Erzeugende Funktionen
(9) Kähler-Strukturen
(10) Die Lagrangesche Grassmannsche
(11) Lineare Poisson-Strukturen
(12) Lineare Dirac-Strukturen

2. Symplektische Mannigfaltigkeiten

(1) Grundbegriffe: Definitionen, Symplektomorphismen, Liouvillesche Volumenform
(2) Lagrangesche and Hamiltonsche Mechanik; die Legendre-Transformation
(3) Mosers Trick
(4) Klassifizierung kompakter symplektischer Oberflächen
(5) Sätze von Darboux und von Darboux-Weinstein
(6) Presymplektische (Unter)Mannigfaltigkeiten und Reduktion
(7) Symplektische, isotrope, koisotrope und Lagrangesche Untermannigfaltigkeiten

3. Distributionen und Blätterungen

(1) Involutive und integrable Distributionen
(2) Satz von Frobenius
(3) Der Raum der Blätter

4. Reduktion und Symmetrie

(1) Algebraische Beschreibung der Reduktion
(2) Symplektische and Hamiltonsche Vektorfelder
(3) Symplektische Lie Gruppen-Operationen
(4) Symplektische, Hamiltonsche und Poisson- Lie Algebren-Operationen; (äquivariante) Impulsabbildungen
(5) Marsden-Weinstein-Reduktion
(6) Satz von Noether
(7) Unendlichedimensionale Beispiele: Differenzialformen; Maxwellsche Gleichungen

5. Poisson-Geometrie

(1) Motivationen, Definitionen und Beispiele; Poisson-Algebren
(2) Die Schouten-Nijenhuis-Klammer
(3) Poisson-Kohomologie und ihre Bedeutung bis zum 2. Grade
(4) Kanonische Lie Gruppen-Operationen und Quotienten
(5) Poisson- und Hamiltonsche Vektorfelder
(6) Koisotrope Untermannigfaltigkeiten und Reduktion; algebraische Beschreibung

6. Kanonische Quantisierung

(1) Schrödingers Quantisierung von $T^*\mathbb{R}^n$
(2) Schrödinger Gleichung; Orts- und Impulsoperatoren
(3) Erwartungswerte; Satz von Ehrenfest; “Korrespondenzprinzip”
(4) Heisenbergs Unschärfe Relation
(5) Impulsbeschreibung
(6) Der harmonische Oszillator; Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren
(7) Probleme in der kanonischen Quantisierung; Diracs Traum; Satz von Groenewald-van Howe

7. Geometrische Quantisierung

(1) Prequantisierung und die Integralitästbedingung (Linienbündel, Zusammenhänge, Krümmungen)
(2) Der ganzzahlige Quanten-Hall-Effekt
(3) Prequantisierung der Funktionen der Poisson-Algebra
(4) Polarisierungen
(5) Probleme in der geometrischen Quantisierung

Literatur

[1] S. Bates, A. Weinstein, *Lectures on the Geometry of Quantization*, Berkeley Mathematics Lecture Notes **8** (AMS, 1997).

[2] A. Cannas da Silva, *Lectures on Symplectic Geometry*, Lecture Notes in Mathematics **1764** (Springer-Verlag, Berlin, 2001).

[3] A. Cannas da Silva, A. Weinstein, *Geometric Models for Noncommutative Algebras*, Berkeley Mathematics Lecture Notes **10** (AMS, 1999).

[4] J.-P. Ortega, T. Ratiu, *Moment Maps and Hamiltonian Reduction*, Progress in Mathematics **222** (Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA, 2004).

[5] N. M. J. Woodhouse, *Geometric quantization*, Second edition, Oxford Mathematical Monographs, Oxford Science Publications (The Clarendon Press, Oxford University Press, New York, 1992).